Análisis completo de la función $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$.
Si se saca común denominador la expresión queda:

$$f(x) = \frac{3x^3 + 1}{x}$$

$D_f = R - \{0\}$
Intersecciones:

$$\cap x \; y = 0$$
$$3x^3 + 1 = 0$$
$$x^3 = -\frac{1}{3}$$
$$x = -\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$
$$x = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

Racionalizando el denominador:

$$x = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}$$
$$x = -\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = -\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$$

$P(-\frac{\sqrt[3]{9}}{3}; 0)$
$\cap y \; x = 0$
No existe.
Asíntotas:
-Vertical:
$x = 0$
Verificación:
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^3 + 1}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3(3 + \frac{1}{x^3})}{x} = \lim\limits_{x \to 0} x^2(3 + \frac{1}{x^3}) = \lim\limits_{x \to 0} 3x^2 + \frac{1}{x} = \infty$
-Horizontal:
No tiene.
-Curva:

$$g(x) = 3x^2$$

Criterio de la primera derivada:
$f^{'}(x) = \frac{(9x^2)x - (3x^3 + 1)}{x^2} = \frac{9x^3 - 3x^3 - 1}{x^2} = \frac{6x^3 - 1}{x^2}$
Para encontrar los puntos críticos, $f^{'}(x) = 0$.

$$6x^3 - 1 = 0$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$$

Racionalizando:

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[3]{6^1}} \frac{\sqrt[3]{6^2}}{\sqrt[3]{6^2}} = \frac{\sqrt[3]{6^2}}{6} \simeq 0,5$$

$f^{'}(0,4) = -1 < 0$
$f^{'}(0,6) \simeq 0,8 > 0$

Como la pendiente de la recta tangente pasa de ser negativa a ser positiva, se concluye que en $x = \frac{\sqrt[3]{6^2}}{6}$ hay un mínimo.

Criterio de la segunda derivada:

$f^{''}(x) = \frac{(18x^2)x^2 - 2x(6x^3-1)}{x^4} = \frac{18x^4 - 12x^4 + 2x}{x^4} = \frac{6x^4+2x}{x^4} = \frac{6x^3+2}{x^3}$

Si $f^{''}(x) > 0$, es cóncava. ∪

Si $f^{''}(x) < 0$, es convexa. ∩

$$\frac{6x^3+2}{x^3} > 0$$
$$\frac{6x^3+2}{x^3} < 0$$

Para resolver la inecuación, se iguala a cero, queda:

$$6x^3 + 2 = 0$$
$$x = -\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \simeq -0,69$$

Se le darán valores de prueba a la derecha y a la izquierda, a fin de observar el signo.

Como $f^{''}(-0,7) \simeq 0,1 > 0$, entonces $f(x)$ es cóncava. ∪

Como $f^{''}(-0,6) \simeq -3,2 < 0$, entonces $f(x)$ es convexa. ∩

Como hay cambio de concavidad, hay un punto de inflexión en $x = -\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$.

Valuando en la función original, $f(-\frac{\sqrt[3]{9}}{3}) = -\frac{2}{\sqrt[3]{9}} = -\frac{2\sqrt[3]{81}}{9}$, las coordenadas del punto de inflexión son $P(-\frac{\sqrt[3]{9}}{3}; -\frac{\sqrt[3]{81}}{9})$.

Gráfica: