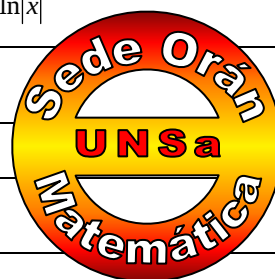


Fórmulas Matemáticas

Función: $f(x)$	Derivada: $f'(x)$	Integral: $\int f(x)dx$	Debe agregarse una constante C de integración.
c	0	cx	
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$	
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$	$k \int f(x)dx$	
$u + v$	$u' + v'$	$\int udx + \int vdx$	
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln x $	
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$		
$u \cdot v$	$u'v + v'u$		
$\log_a x$	$\frac{\log_a e}{x}$ ó $\frac{1}{x \ln a}$		
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x \cdot \ln x - x$	
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$	
$\operatorname{tg} x$	$\sec^2 x$	$-\ln \cos x $	
$\operatorname{cotg} x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	$\ln \sin x $	
$\sec x$	$\sec x \cdot \operatorname{tg} x$	$\ln \sec x + \operatorname{tg} x $	
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \operatorname{cotg} x$	$\ln(\operatorname{cosec} x - \operatorname{cotg} x)$ ó $\ln(\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2}))$	
$\operatorname{Sh}x$	$\operatorname{Ch}x$	$\operatorname{Ch}x$	
$\operatorname{Ch}x$	$\operatorname{Sh}x$	$\operatorname{Sh}x$	
$\operatorname{Th}x$	$\operatorname{Sech}^2 x$	$\ln \operatorname{Ch} x$	
$\operatorname{Cth} x$	$-\operatorname{Csh}^2 x$	$\ln \operatorname{Sh} x$	
e^x	e^x	e^x	
a^x	$a^x \cdot \ln a$	$\frac{a^x}{\ln a}, \quad a \neq 1, \quad a > 0$	
$\operatorname{arc} \sin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \cdot \operatorname{arcsen} x + \sqrt{1-x^2}$	
$\operatorname{arc} \cos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \operatorname{arc} \cos x - \sqrt{1-x^2}$	
$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$	
$\operatorname{arc} \operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$		



$\operatorname{arc sec} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	
$\operatorname{arc cosec} x$	$-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	
$\operatorname{Arg Sh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$x \operatorname{Arg Sh} x - \sqrt{x^2+1}$
$\operatorname{Arg Ch} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$x \operatorname{Arg Ch} x - \sqrt{x^2-1}$
$\operatorname{Arg Th} x$	$\frac{1}{1-x^2}$	$x \operatorname{Arg Th} x + \ln \sqrt{1-x^2}$
$\frac{1}{x^2+a^2}$		$\frac{1}{a} \operatorname{arc tg} \frac{x}{a}$
$\frac{1}{x^2-a^2}$		$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right $
$\sqrt{x^2 \pm a^2}$		$\frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$
$\sqrt{a^2 - x^2}$		$\frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \operatorname{arc sen} \frac{x}{a} \right]$
$\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$		$\operatorname{Arg Sh} \frac{x}{a} = \ln \left(x + \sqrt{x^2+a^2} \right)$
$\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$		$\operatorname{Arg Ch} \frac{x}{a} = \ln \left(x + \sqrt{x^2-a^2} \right)$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$		$\operatorname{arc sen} \frac{x}{a}$
$\ln x$		$x(\ln x - 1)$
$\operatorname{sen}^2 x$		$\frac{1}{2} (x - \operatorname{sen} x \cos x)$
$\cos^2 x$		$\frac{1}{2} (x + \operatorname{sen} x \cos x)$
$\frac{1}{\operatorname{sen} x \cos x}$		$\ln \operatorname{tg} x$
$\sec^2 x$		$\operatorname{tg} x$
$\operatorname{cosec}^2 x$		$-\cotg x$
$\operatorname{Sh}^2 x$		$\frac{1}{2} (\operatorname{Sh} x \operatorname{Ch} x - x)$
$\operatorname{Th}^2 x$		$x - \operatorname{Th} x$
$\sec u \operatorname{tg} u$		$\sec u$
$\operatorname{csec} x \operatorname{ctg} x$		$-\operatorname{csec} x$

Una regla útil para integrar, llamada *integración por partes*, es

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Funciones hiperbólicas

$$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

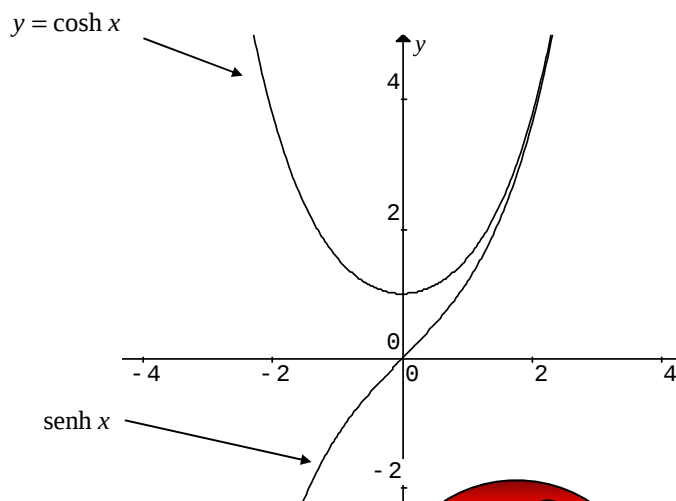
$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

Algunos textos lo simbolizan como

$Ch\ x$ y $Sh\ x$

respectivamente.

**Logaritmos:**

Logaritmos naturales o neperianos, base e

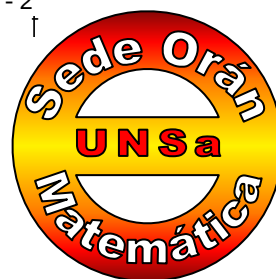
$$y = \ln x \quad \text{si} \quad x = e^y$$

Logaritmos comunes, base 10:

$$y = \log x \quad \text{si} \quad x = 10^y$$

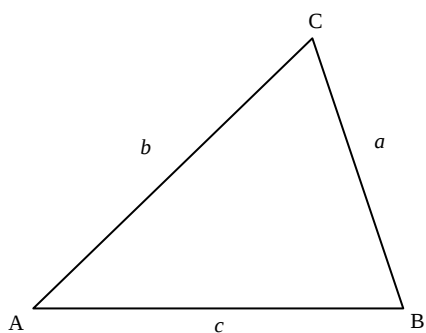
Cambio de base:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

**Relaciones Trigonométricas**

$\csc x = \frac{1}{\sin x}$	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x$	$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \csc^2 x$
$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$	$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$	$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$
$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{1}{2}(x+y) \cos \frac{1}{2}(x-y)$	$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{1}{2}(x-y) \cos \frac{1}{2}(x+y)$	$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cdot \cos y}$
$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{1}{2}(x+y) \cos \frac{1}{2}(x-y)$	$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{1}{2}(x+y) \sin \frac{1}{2}(x-y)$	
$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$	$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$	$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $= 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$	$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$
$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$	$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$	$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$
$\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = \pm \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$	$\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$
$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx = \frac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right) \sin\left[\frac{(n+1)x}{2}\right]}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$		$\sin(-x) = -\sin x; \quad \cos(-x) = \cos x$ $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

Haciendo referencia a la siguiente figura, podemos formular para cualquier triángulo arbitrario:



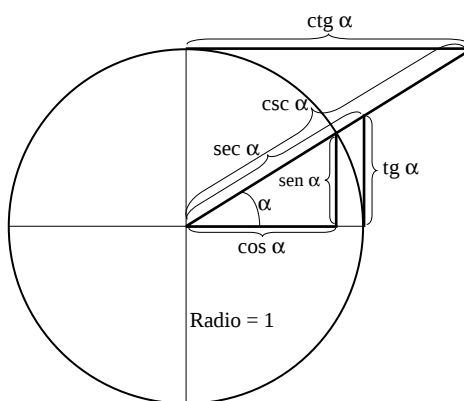
$$\text{Ley de los senos: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{Ley del coseno: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

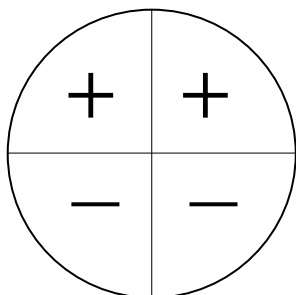
Tabla de funciones de 30°, 45° y 60°

Angulo	sen α	cos α
30°	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$

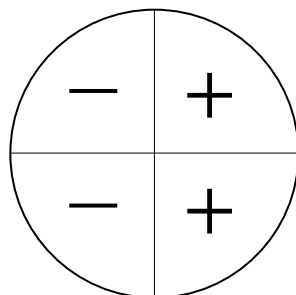
Lineas Trigonómicas



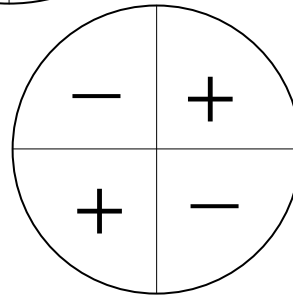
Signos:



sen α



cos α



tg α

Límites especiales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e = 2,71828\dots$$

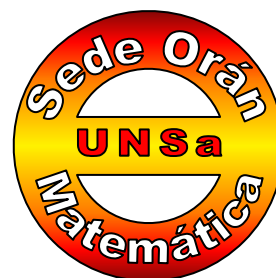
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$



Indeterminaciones:

$$\frac{\rightarrow 0}{\rightarrow 0}$$

$$\frac{\infty}{\infty}$$

$$\rightarrow 0, \infty$$

$$\infty \rightarrow 0$$

$$\infty - \infty$$

$$\rightarrow 1^{\pm \infty}$$

$$\rightarrow 0^{\rightarrow 0}$$

Operaciones conocidas: ($a > 0$)

$$\frac{a}{\infty} = 0$$

$$\frac{\infty}{a} = \infty$$

$$\frac{a}{0} = \infty$$

$$\frac{0}{a} = 0$$

$$\infty \pm a = \infty$$

$$\infty \cdot a = \infty$$

$$\infty^\infty = \infty$$

$$\frac{\infty}{0} = \infty$$

$$\frac{0}{\infty} = 0$$

$$\infty^{-\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$0^\infty = 0$$

$$a^\infty = 0, (0 \leq a < 1)$$

$$a^\infty = \infty, (a > 1)$$

$$0^a = 0$$

$$a^0 = 1$$

$$\infty + \infty = \infty$$

$$\infty \cdot \infty = \infty$$

$$0 + \infty = \infty$$

$$\infty^a = \infty$$

Desarrollos en serie de potencia

Binomio de Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + b^n$$

Otros desarrollos en series útiles:

$$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

Para $x \leq 1$ son satisfactorias las siguientes aproximaciones:

$$(1+x)^n \approx 1+nx$$

$$\sin x \approx x$$

$$e^x \approx 1+x$$

$$\cos x \approx 1$$

$$\ln(1+x) \approx x$$

$$\operatorname{tg} x \approx x$$



Obsérvese que x se debe expresar en radianes

Serie Geométrica

$$S_n = a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1}$$

Suma: $S_n = a \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$, cuando $n \rightarrow \infty$ $S_n = \frac{a}{1-q}$ si $|q| < 1$ (convergente)

Serie Armónica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \quad (\text{divergente, cuando } n \rightarrow \infty)$$

Serie p

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = 1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p}, \quad p > 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq p \leq 1 \Rightarrow \text{divergente} \\ p > 1 \Rightarrow \text{convergente} \end{cases}$$

Algunas series finitas:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Serie de Taylor

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(c)}{n!} (x-c)^n = f(c) + \frac{f'(c)}{1!} (x-c) + \frac{f''(c)}{2!} (x-c)^2 + \dots$$

Serie de Maclaurin

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \dots$$

Criterio de Convergencia para series:

D'Alembert $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = L \begin{cases} < 1 & \text{convergente} \\ > 1 & \text{divergente} \\ = 1 & \text{este criterio no proporciona información} \end{cases}$

Cauchy $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|u_n|} = L \begin{cases} < 1 & \text{convergente} \\ > 1 & \text{divergente} \\ = 1 & \text{este criterio no proporciona información} \end{cases}$

Raabe $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \frac{u_{n+1}}{u_n} \right) = L \begin{cases} > 1 & \text{convergente} \\ \leq 1 & \text{divergente} \end{cases}$

Propiedades del Valor absoluto o módulo.

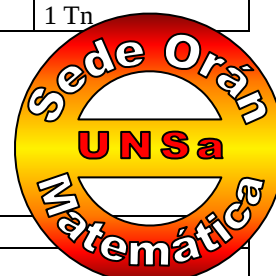
$ a+b \leq a + b $	$ a+b \geq a - b $	$ a-b \leq a + b $	$ a-b \geq a - b $
$ a-b \geq a - b $	$\sqrt{x^2} = x $	$ a \cdot b = a \cdot b $	$\left \frac{a}{b}\right = \frac{ a }{ b } ; b \neq 0$
$ x < a \Leftrightarrow -a < x < a, a > 0$	$ x > a \Leftrightarrow x < -a \vee x > a, a > 0$	$ a \pm b = b \pm a $	$ x^2 = x^2$

Correspondencia entre unidades de peso y volumen

Volumen de agua destilado a 4° centígrado	1 cm ³	1 dm ³	1 m ³
Peso correspondiente	1 gramo	1 Kg	1 Tn

Equivalencias entre las medidas del sistema métrico decimal y el inglés*Longitud*

1 milla	1760 yardas	1609,34 m
1 braza	2 yardas	1,8288 m
1 yarda	3 pies	0,9144 m
1 Pie (1')	12 pulgadas	0,3048 m
1 Pulgada (1")		2,54 cm
1/8 = 3,17 mm	1/16 = 1,58 mm	1/32 = 0,79 mm

*Superficie*

1 milla ²	640 acres	2,59 Km ²
1 acre	4840 yardas ²	4046,87 m ²
1 yarda ²		0,8361 m ²
1 pie ²		0,0929 m ²
1 pulgada		6,45 cm ²

Capacidad

1 cuarto	8 bushels	290,96 litros
1 saco	3 bushels	109,11 litros
1 bushels	8 galones	36,37 litros
1 galón		4,546 litros
1 galón norteamericano		3,785 litros

Peso

1 tonelada larga		1.016,05 Kg
1 tonelada corta		907,19 Kg
1 quintal	112 libras	50,8 Kg
1 cuarto	28 libras	12,7 Kg
1 libra	16 onzas	0,454 Kg
1 onza		28,35 gr.

Pesos específicos $\frac{gr}{cm^3}$

Metales	Acero	7,8
	Aluminio	2,6
	Cobre	8,9
	Hierro fundido	7,35
	Hierro forjado	7,88
	Hierro en barras	7,6
	Estaño	7,2
	Oro	19,3
	Plata	10,5
	Platino	21,4
	Plomo	11,3
	Zinc	7,1
Líquidos	Aceite	0,92
	Alcohol	0,79
	Anilina	1,04
	Mercurio	13,6
	Petróleo	0,8
Maderas Secas	Algarrobo	0,64
	Cedro	0,6
	Nogal	0,66
	Pino blanco	0,4
	Pino amarillo	0,55
	Quebracho	0,9
	Quebracho Colorado	1,3
	Roble	0,9
	Arena seca	1,5
	Cemento	1,3 a 1,6
	Caucho	0,93
	Carbón	3,5
	Corcho	0,25
	Cal viva	1,5
	Hormigón	2,5
	Ladrillo	1,5
	Mármoles	2,6
	Sal común (seca)	2,0
	Tiza	2,5
	Tierra seca	1,15 a 1,28
	Vidrio	2,5

Tierra

Radio ecuatorial	6.378,4 Km
Radio Polar	6.356,9 Km

Aceleración de la gravedad

Ecuador	980,665 cm/seg
Polos	983,232 cm/seg

Distancias y velocidad

Distancia tierra-luna	60,27 radios terrestres=384.000 Km
Distancia tierra-sol	149.700.000 Km
Velocidad tierra en su órbita	29,8 Km/seg
Velocidad tierra en el Ecuador	465 m/seg

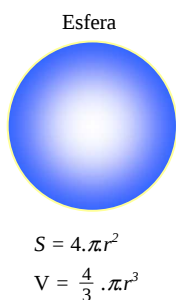
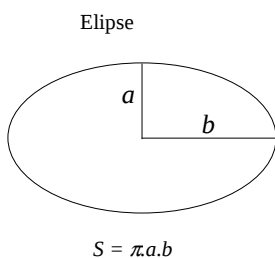
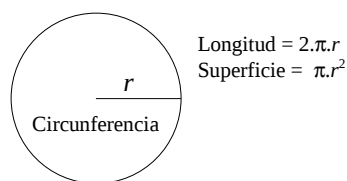
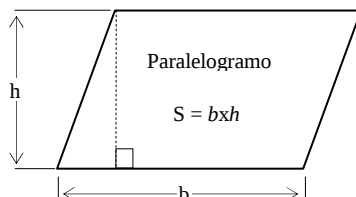
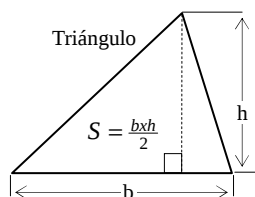
Luna

Diámetro	3.465 Km
Tiempo de revolución	27 días 7 horas
Aceleración de la gravedad	Aprox. 1/6 de la terrestre

Distancias Estelares

Velocidad de la luz = $300.000 \frac{\text{km}}{\text{seg}}$, 1 año Luz = $9,463 \times 10^{12}$ km

Estrella	Constelación	Distancia Años Luz
Arturo	Boyero	40,0
Vega	Lira	27,0
Altair	Aguila	16,0
Proción	Can Menor	10,7
Sirio	Can Mayor	9,0
Alfa Centauro	Centauro	4,3
Próxima centauro	centauro	4,15

Superficies y Volúmenes:

V: Volumen
B: Superficies de las bases
r: radio
S: superficie
 $\pi = 3,1416$
h: altura
d: diagonal

