

**Trabajo Práctico N° 2**

1) Sea  $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$  ¿Se aproxima  $f(x)$  a algún número, cuando "x" se aproxima a 1? Para responder a esta pregunta realice lo siguiente:

- a) Calcule algunos valores para "x" próximo a "1".
- b) Bosquee la gráfica de  $y = f(x)$  en las proximidades de  $x=1$   
 ¿Qué conclusión puede obtener?

2) Complete las siguientes tablas y diga cuánto vale la imagen de la función para el valor de  $x$  indicado en cada caso:

$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}; x \neq 1$

$x$	0,9	0,99	0,999	1	1,001	1,01	1,1
$f(x)$				?			

$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}; x \neq 0$

$x$	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01
$g(x)$				?			

- a) Con los datos de la tabla represente gráficamente, en forma aproximada, la función correspondiente.
- b) Con los resultados anteriores, estime el límite de  $f(x)$ , cuando  $x$  tiende al valor dado.

3) Probar que la función  $f(x) = 3x + 2$  tiene límite 14 en el punto 4.

4) Probar que la función  $f(x) = \begin{cases} 5x + 3 & \text{si } x \neq 2 \\ 6 & \text{si } x = 2 \end{cases}$  tiene límite 13 en el punto 2.

5) Demostrar que  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 17$ , hallando  $\delta$  válido para cualquier  $\epsilon$  del intervalo  $(2, 6)$  si  $f(x) = x^2 - x + 5$

6) Probar hallando  $\delta(\epsilon)$  que  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{x+2}{x^2 - 2x + 1} = 0$

7) Verificar que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x}$  no es cero

8) Hallar los siguientes límites

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} [x]$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 2} [x]$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} |x|$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} |x|$

9) Probar que no existe  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - x}{x}$ , utilizando límites laterales

10) Idem para  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x > 1 \\ 2x & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$  en el punto 1

11) Encontrar, para cada función, límites laterales en cada punto  $x_0$  indicando:

$g(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x - 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$       a)  $x_0 = 3$       b)  $x_0 = 5$

$t(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$       a)  $x_0 = 1$       b)  $x_0 = 0$

12) Calcular :

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\cos x - 1}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{sen}(2x)}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{3x}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(7x)}{5x}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(4x)}$$

13) Calcular los siguientes límites:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 - 4x}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 3x + 2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} \right)^{\frac{1}{x} + 2}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}^2 x + 3\operatorname{sen} x - 4}{\operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 2}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{2x - 2}$$

$$g. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x) + x}{x - \operatorname{sen}(2x)}$$

$$h. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2 - \sqrt{x - 4}}{x^2 - 64}$$

14) Calcular los siguientes límites

$$a. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5}{2x + 3}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{2x + 3}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 5}{2x + 3}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 3x + 5}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{3x^2 - 5x + 1}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$$

$$g. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$$

$$h. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$$

$$i. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$$

$$j. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$$

15) Calcular los siguientes límites laterales:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 3^{\frac{1}{x}} \right)$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 3^{\frac{1}{x}} \right)$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( e^{-\frac{1}{x}} \right)$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( e^{-\frac{1}{x}} \right)$$

16) Calcular los siguientes límites:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{1}{x}}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 2}{3x - 1} \right)^{2x}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + 5x}{3 + 5x} \right)^{2x-1}$$

17) Realizar un gráfico aproximado, indicando asíntotas, para cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{x + 1}{x + 2}$$

$$g(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 16}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 2x}$$

18) Indicar dominio y ecuaciones de las asíntotas lineales a los gráficos de las siguientes funciones. Hacer un gráfico aproximado, buscando previamente las intersecciones con ambos ejes.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

$$g(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 6}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 + 3}$$

19) Indicar en que puntos el gráfico de  $f$  corta a su asíntota oblicua si  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{3x^2 + 1}$

20) Dar una función cuyo gráfico admita dos asíntotas verticales y una horizontal

21) Dar una función cuyo gráfico admita una asíntota vertical y una oblicua