

### Trabajo Practico N°2

1) Sea  $f(x) = x^3 + 1$ :

a) Trace la gráfica de  $f$ .

b) Observe la gráfica  $f$ . Se verá que cuando  $f(x)$  se acerca de 1,  $x$  está cerca de 0.

Complete la siguiente tabla usando la calculadora.

| $x$    | -1 | -0,5 | -0,1 | -0,01 | 0 | 0,01 | 0,1 | 0,5 | 1 |
|--------|----|------|------|-------|---|------|-----|-----|---|
| $f(x)$ |    |      |      |       |   |      |     |     |   |

c) ¿Se puede afirmar que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ ?

2) Complete las siguientes tablas y diga cuánto vale la imagen de la función para el valor de  $x$  indicando en cada caso:

a)  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  si  $x \neq 1$ .

| $x$    | 0,9 | 0,99 | 0,999 | 1 | 1,001 | 1,01 | 1,1 |
|--------|-----|------|-------|---|-------|------|-----|
| $f(x)$ |     |      |       |   |       |      |     |

b)  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$  si  $x \neq 0$ .

| $x$    | -0,01 | -0,001 | -0,0001 | 0 | 0,0001 | 0,001 | 0,01 |
|--------|-------|--------|---------|---|--------|-------|------|
| $f(x)$ |       |        |         |   |        |       |      |

3) Pruebe que la función  $f(x) = 3x + 2$  tiene límite 14 en el punto 4.

4) Pruebe que  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 13$  si  $f(x) = \begin{cases} 5x + 3 & \text{si } x \neq 2 \\ 6 & \text{si } x = 2 \end{cases}$ .

5) Demuestre que  $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 - x + 5 = 17$  hallando un  $\delta(\epsilon)$  válido para cualquier  $x$  del intervalo  $(2; 6)$ .

6) Pruebe hallando  $\delta(\epsilon)$  que  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x^2 - 2x + 1} = 0$ .

7) Verifique que  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  no es cero.

8) Halle los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} [x]$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} |x|$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} |x|$

9) Pruebe que no existe  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - x}{x}$  utilizando límites laterales.

10) Pruebe que no existe  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x > 1 \\ 2x & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$  en  $x = 1$ .

11) Encuentre para cada función, los límites laterales en cada punto  $x_0$  indicando:

$$g(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x - 4 & \text{si } x > 3 \end{cases} \text{ para } x_0 = 3 \text{ y } x_0 = 5.$$

$$t(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases} \text{ para } x_0 = 1 \text{ y } x_0 = 0.$$

12) Calcule:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\cos x - 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{sen}(2x)} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{3x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(7x)}{5x} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(4x)} \end{array}$$

13) Calcule los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 - 4x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 3x + 2} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} \right)^{\frac{1}{x} + 2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}^2 x + 3\operatorname{sen} x - 4}{\operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{2x - 2} \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x) + x}{x - \operatorname{sen}(2x)} \\ \text{h) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2 - \sqrt{x - 4}}{x^2 - 64} \end{array}$$

14) Calcule los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 5}{2x + 3} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{2x + 3} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 3x + 5} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{3x^2 - 5x + 1} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \quad \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \end{array}$$

15) Calcule los siguientes límites laterales:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 3^{\frac{1}{x}} \right) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 3^{\frac{1}{x}} \right) & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( e^{-\frac{1}{x}} \right) \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( e^{-\frac{1}{x}} \right) \end{array}$$

16) Calcule los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{1}{x}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 2}{3x - 1} \right)^{2x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + 5x}{3 + 5x} \right)^{2x-1} \end{array}$$

17) Realice un gráfico aproximado, indicando asíntotas, para cada una de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{x + 1}{x + 2} & \text{b) } g(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 16} & \text{c) } h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 2x} \end{array}$$

18) Indique dominio y ecuaciones de las asíntotas lineales a los gráficos de las siguientes funciones. Haga un gráfico aproximado, buscando previamente las intersecciones con ambos ejes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} & \\ \text{b) } g(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 6} & \\ \text{c) } h(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 + 3} & \end{array}$$

19) Indique en que puntos el gráfico de  $f$  corta a su asíntota oblicua si  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{3x^2 + 1}$ .

20) De una función cuyo gráfico admita dos asíntotas verticales y una horizontal.

21) De una función cuyo gráfico admita una asíntota vertical y una oblicua.